

Prednáška 2

Obsah

- **ZOBRAZENIE ROVINY NA ROVINU**
 - **Perspektívna kolineácia**
 - **Osová afinita**

ZOBRAZENIE ROVINY NA ROVINU

Základné pojmy

rovinné pole - všetky body ležiace v jednej rovine

geometrická príbuznosť 2 rovinných polí

- predpis, podľa ktorého prvkom jedného rovinného poľa priradíme prvky druhého rovinného poľa

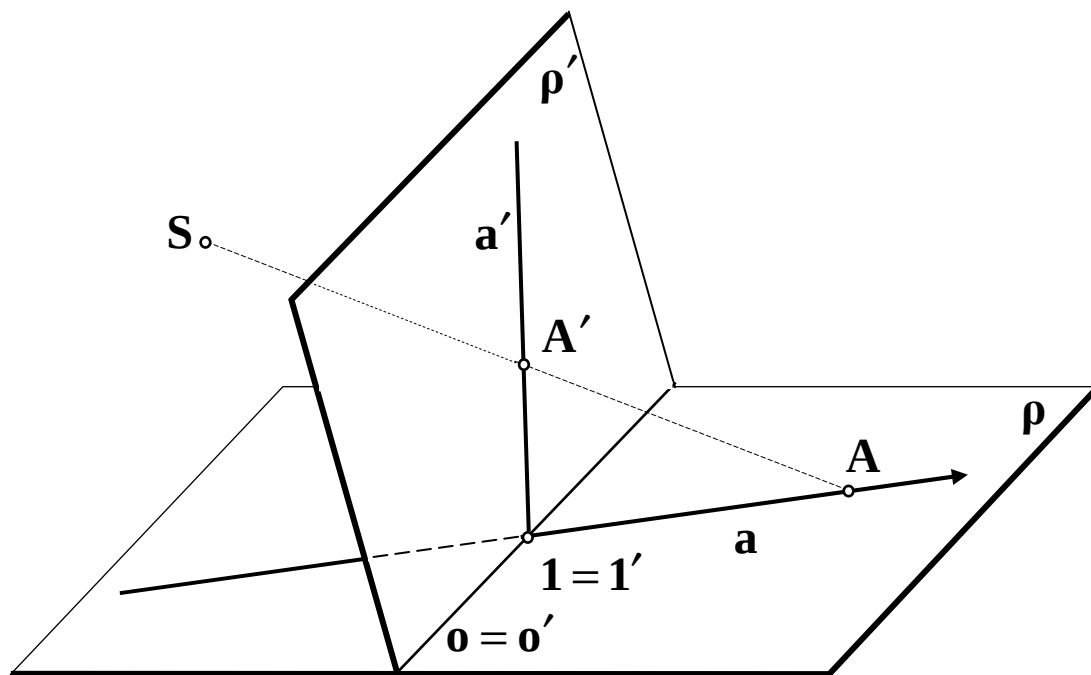
jedno-jednoznačná geometrická príbuznosť

- prvku jedného rovinného poľa je priradený práve jeden prvok druhého rovinného poľa

súmiestne rovinné polia

- rôzne rovinné polia umiestnené v jednej rovine

1. PERSPEKTÍVNA KOLINEÁCIA



$\rho, \rho' \dots$ rovinné polia

$S \dots$ stred

$o \dots$ os

$SA, SA' \dots$ kolineárny lúč

$A \rightarrow A' \dots$ odpovedajúce
si body

$1 = 1' \dots$ samodružný bod

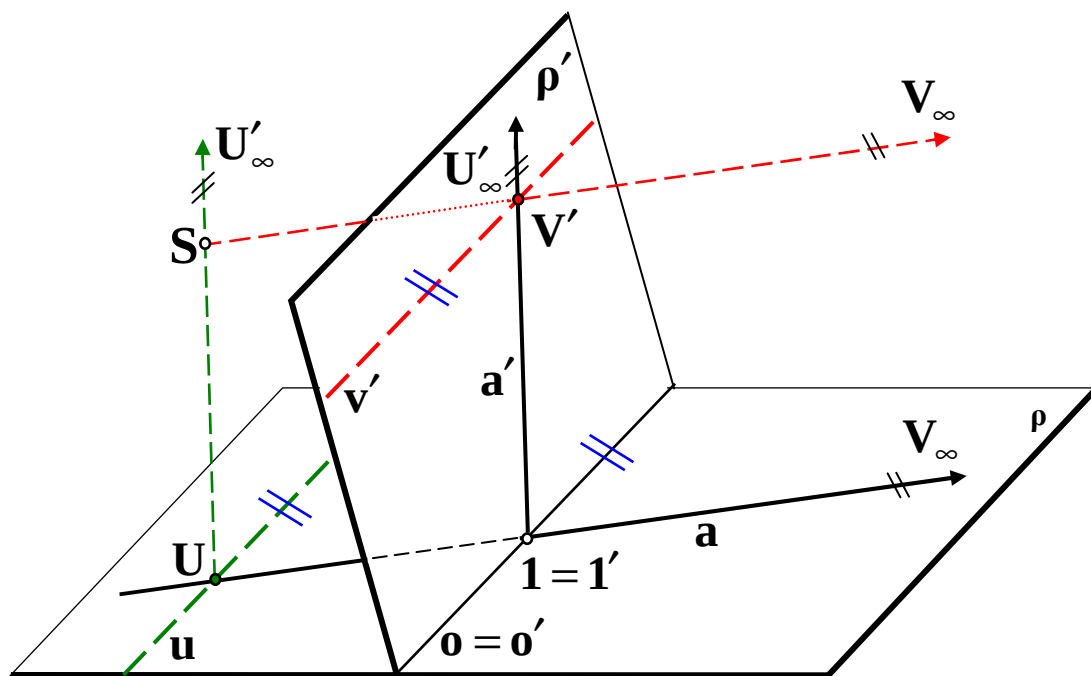
$o = o' \dots$ samodružná priamka

Definícia

PK je jedno-jednoznačná geometrická príbuznosť dvoch rovinných polí, v ktorej každému bodu (priamke) jedného rovinného poľa odpovedá práve jeden bod (priamka) druhého rovinného poľa, pričom platí:

- odpovedajúce si body ležia na priamkach prechádzajúcich jedným bodom S – stredom kolineácie,
- odpovedajúce si priamky sa pretínajú na jednej priamke o – osi kolineácie,
- zachováva sa incidencia.

Zobrazenie nevlastných bodov



$V_\infty \rightarrow V'$
 $U' \rightarrow U$

} úbežníky

u
 v'

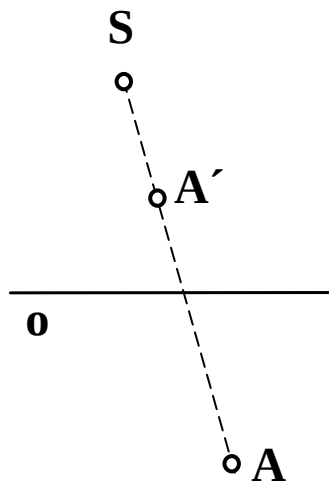
} úbežnice

PERSPEKTÍVNA KOLINEÁCIA V ROVINE

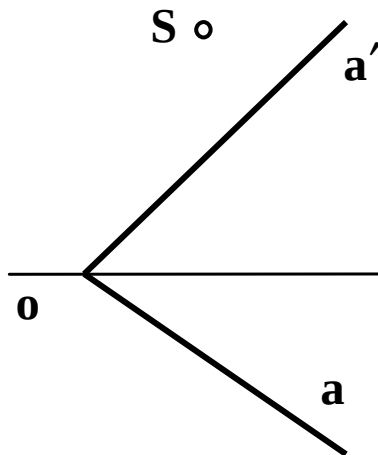
ρ, ρ' - súmiestne rovinné polia

Určenie

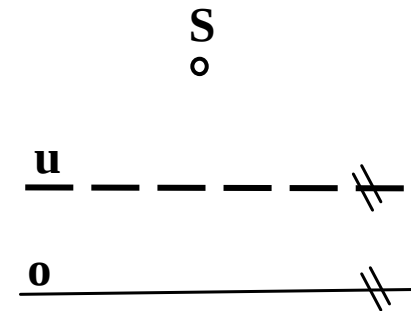
$K(S; o; A \rightarrow A')$



$K(S; o; a \rightarrow a')$



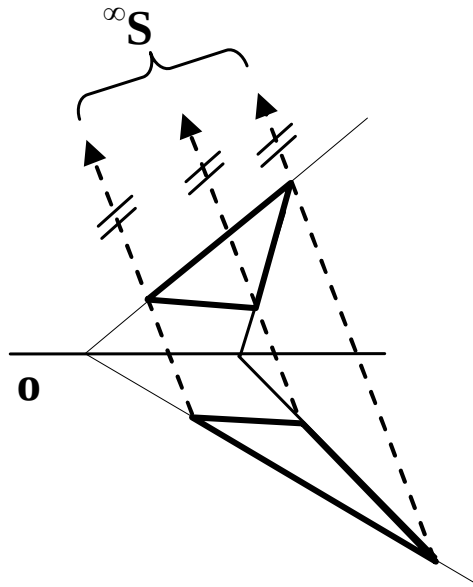
$K(S; o; u)$



Špeciálne prípady

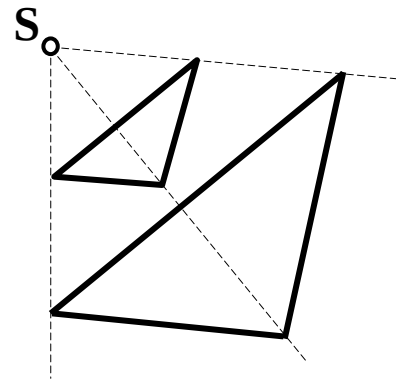
osová afinita

S – nevlastný bod



homotetia

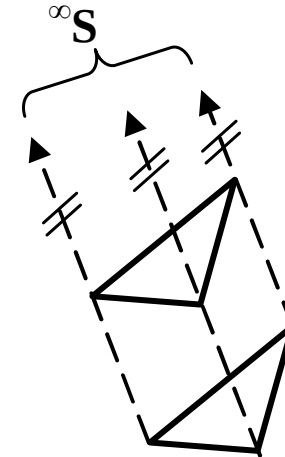
o – nevlastná priamka



translácia

S – nevlastný bod

o – nevlastná priamka

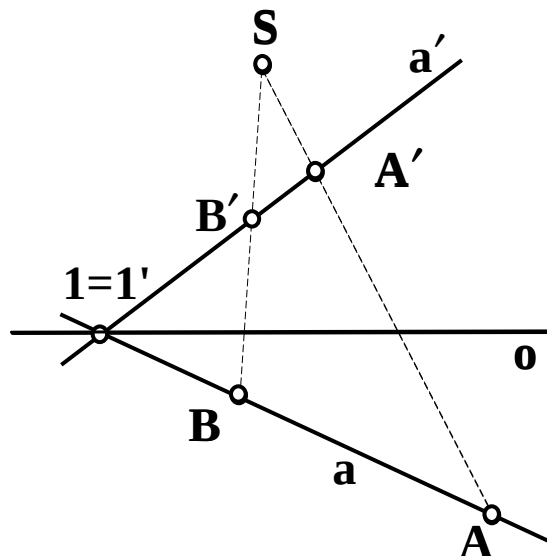


Obráz bodu

Úloha 1

Dané: $K(S;o;A \rightarrow A')$, B

Zostrojte: $K(B)=B'$



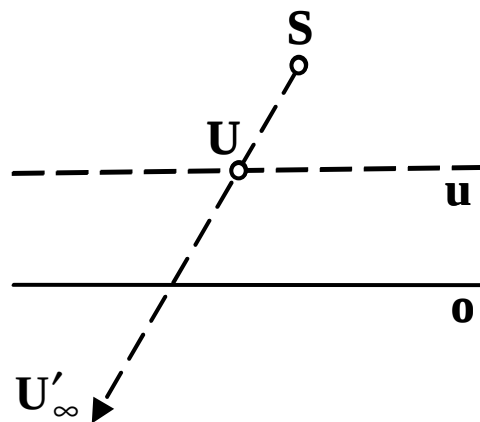
Postup

1. SB
2. $a = AB$
3. $1 = 1' = a \cap o$
4. $a' = 1'A'$
5. $B' = a' \cap SB$

Úloha 2

Dané: $K(S;o;u)$, U - úbežník

Zostrojte: $K(U)=U'$



Postup

1. SU
2. $U' = \overrightarrow{SU} \cap o$

Obráz n - uholníka

Úloha 3

Dané: $K(S;o;A \rightarrow A')$, štvorec ABCD

Zostrojte: obraz štvorca v danej kolíneácii

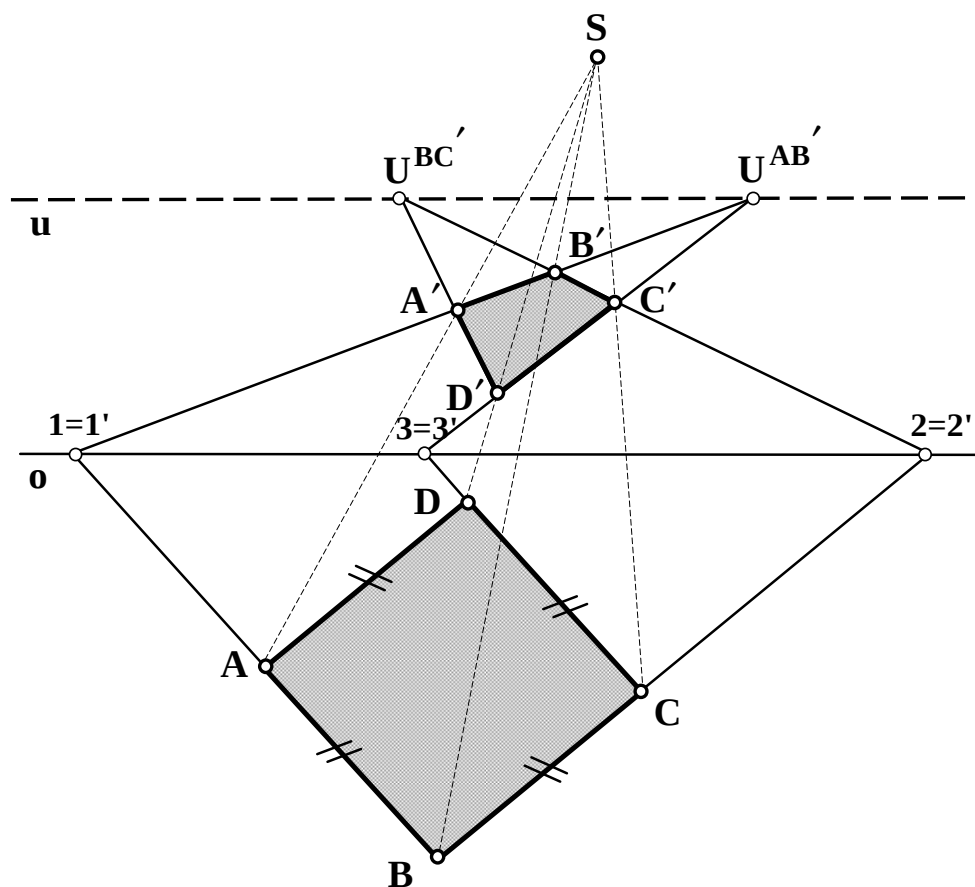
Postup

1. B'

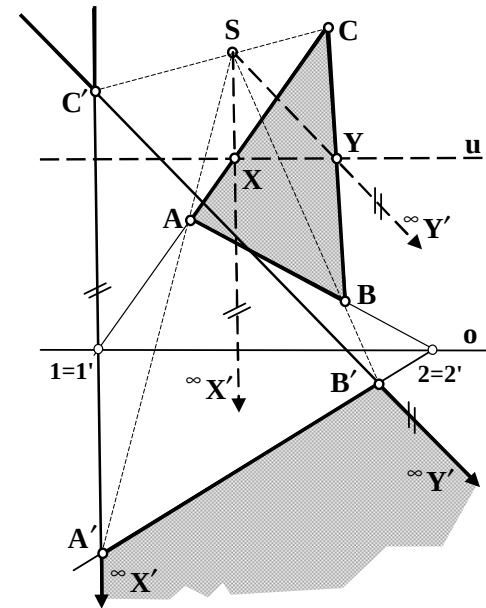
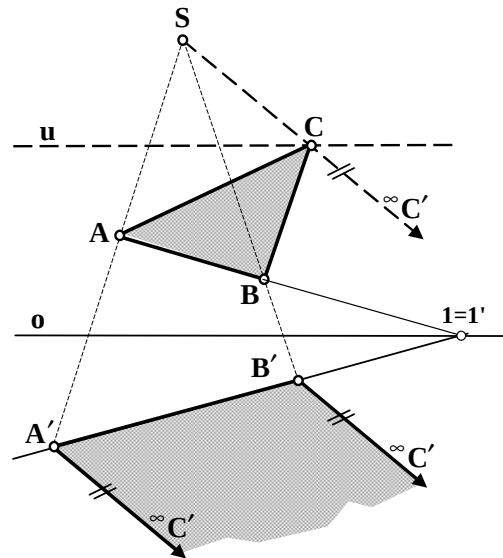
2. C'

3. D'

vid' Úloha 1

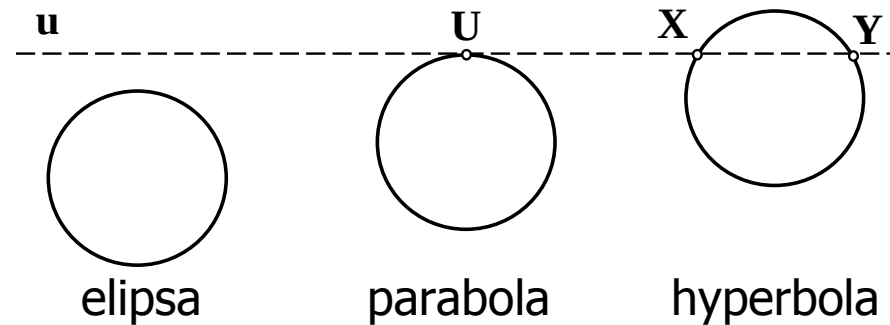


Obraz trojuholníka



Obraz kružnice

kužel'osečka

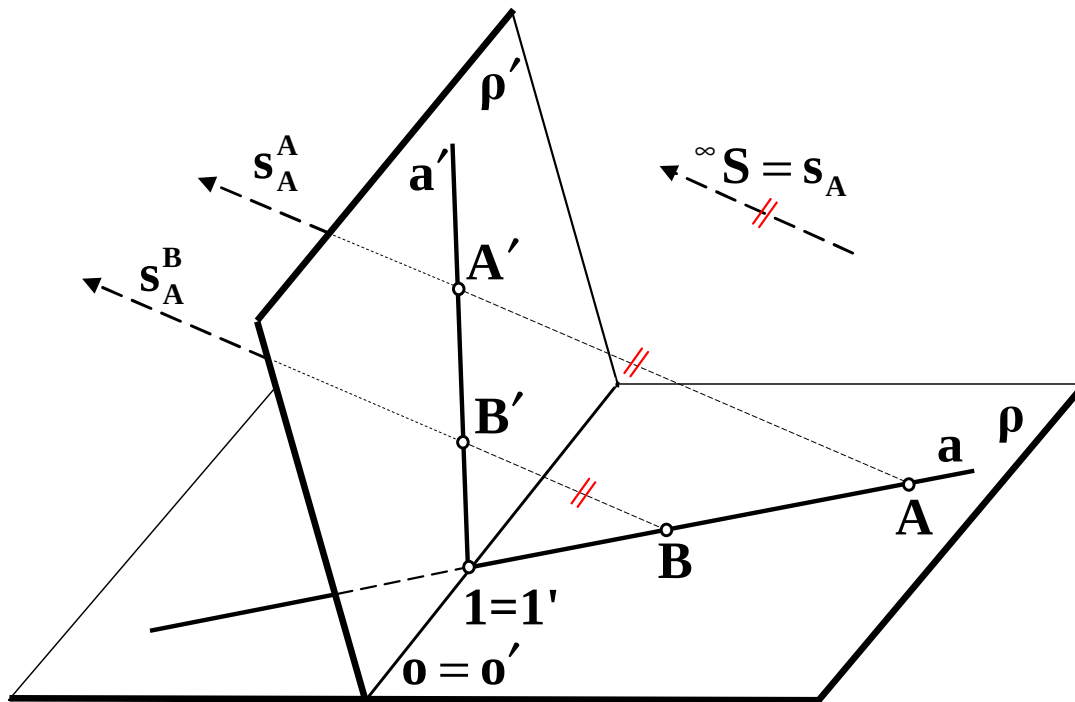


Poznámka

V kolineácii sa nezachováva rovnobežnosť a deliaci pomer!

2. OSOVÁ AFINITA

- špeciálny prípad PK, keď stred je nevlastný bod $^{\infty}S = s_A$



ρ, ρ' ... rovinné polia

s_A ... smer afinných lúčov

o ... OS

AA', BB' ... afinné lúče

$A \rightarrow A'$... odpovedajúce si body

$1=1'$... samodružný bod

$o=o'$... samodružná priamka

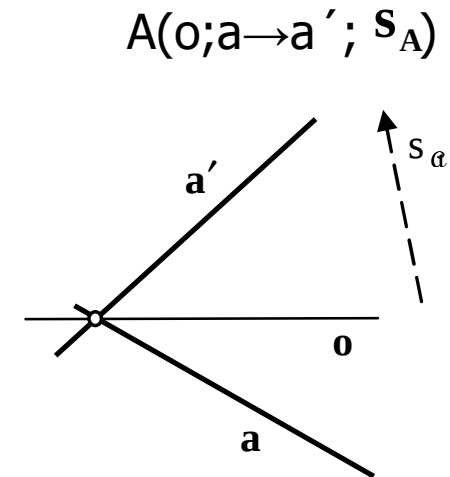
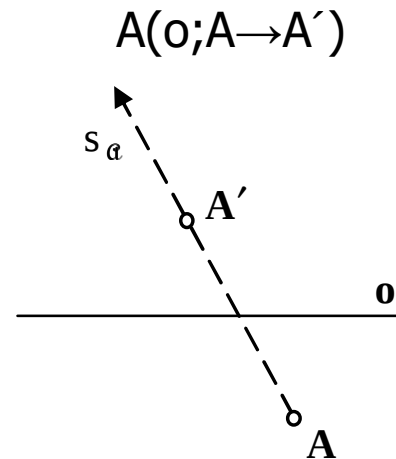
Odlišnosti od perspektívnej kolineácie

- vlastný bod sa vždy zobrazí ako vlastný,
- nevlastný bod sa vždy zobrazí ako nevlastný,
- zachováva sa deliaci pomer bodov na priamke

OSOVÁ AFINITA V ROVINE

ρ, ρ' - súmiestne rovinné polia

Určenie

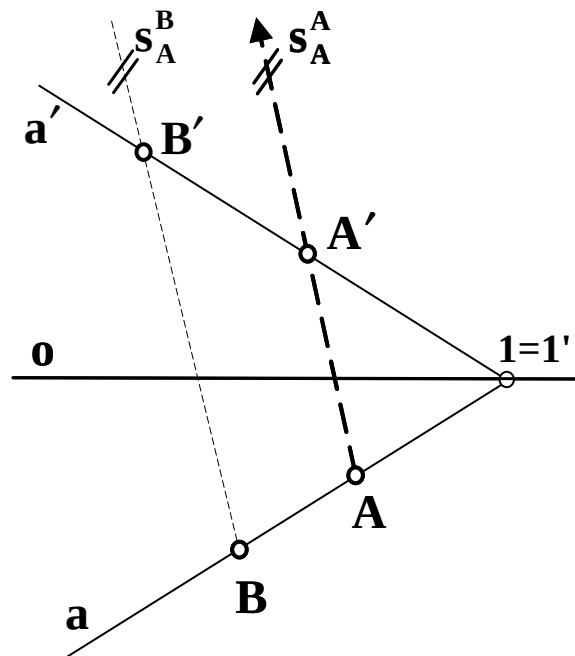


Obraz bodu

Úloha 4

Dané: $A(o; A \rightarrow A')$, B

Zostrojte: $A(B) = B'$



Postup

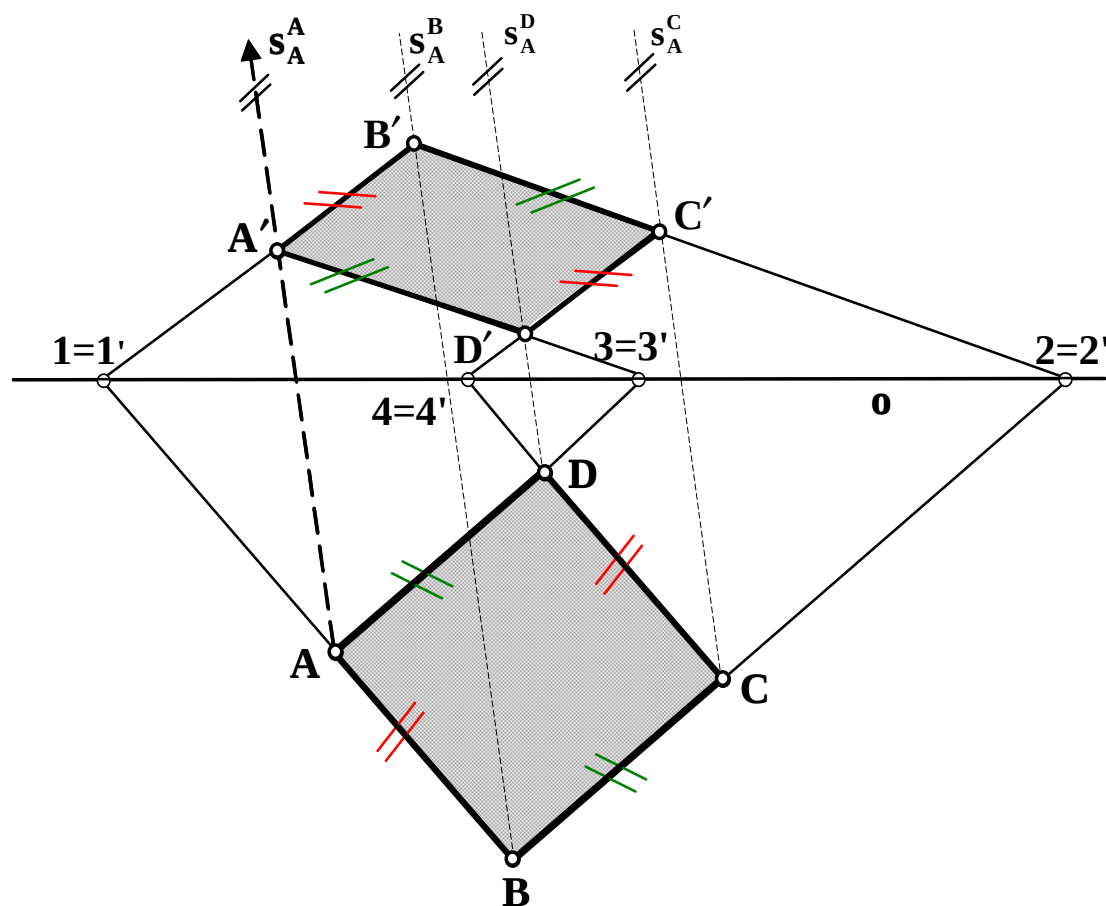
1. $a = AB$
2. $1 = 1' = a \cap o$
3. $a' = 1'A'$
4. $s_A^B : B \in s_A^B \wedge s_A^B \parallel s_A^A$

Obráz n - uholníka

Úloha 5

Dané: $A(o; A \rightarrow A')$, štvorec ABCD

Zostrojte: obraz štvorca v danej afinite



Postup

1. B'
 2. C'
 3. D'
- } vid' Úloha 4

Obraz kružnice

je kružnica alebo elipsa

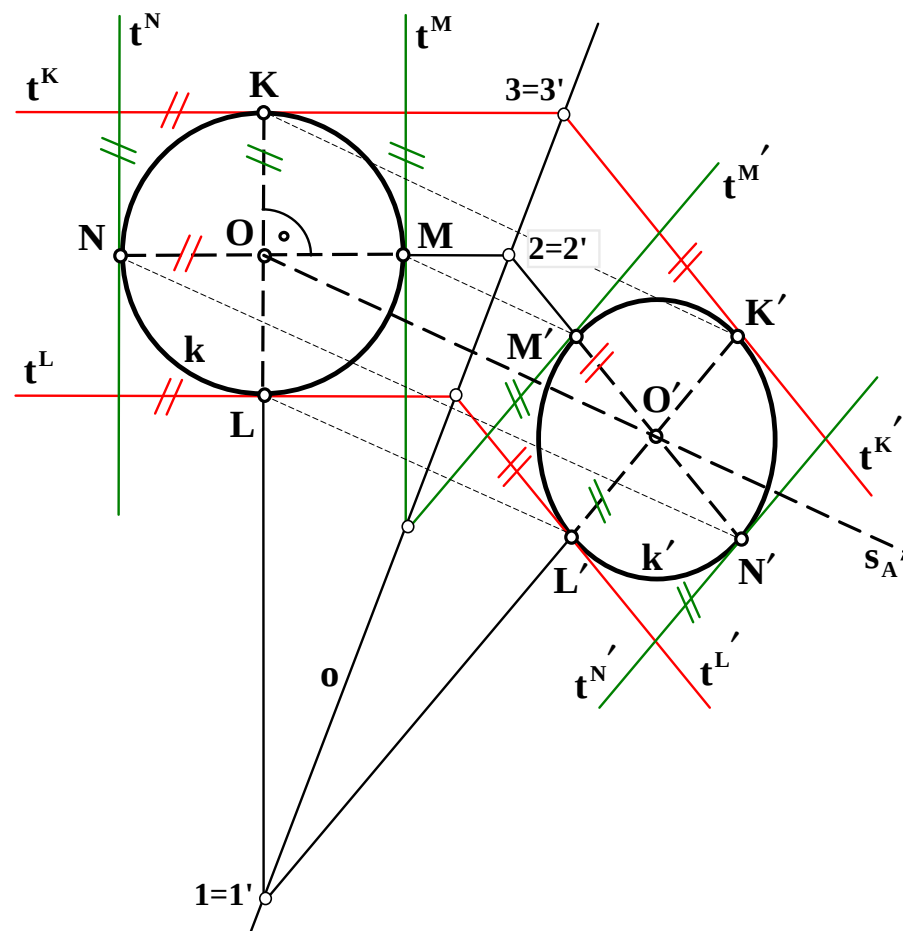
Úloha 6

Dané: $A(o; 0 \rightarrow 0')$, kružnica $k(O; r)$

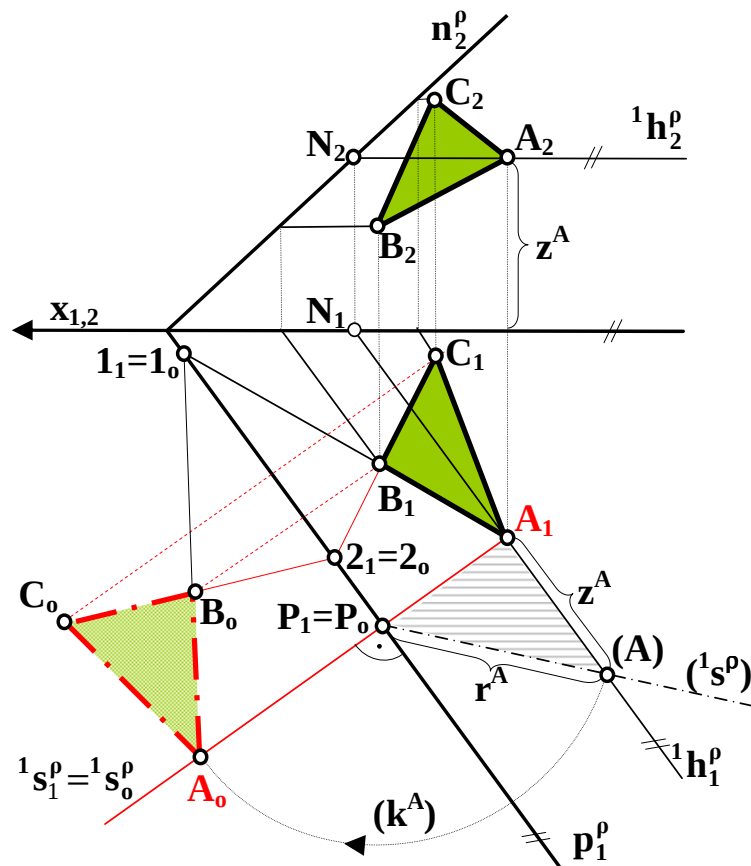
Zostrojte: obraz kružnice v danej afinite

Postup

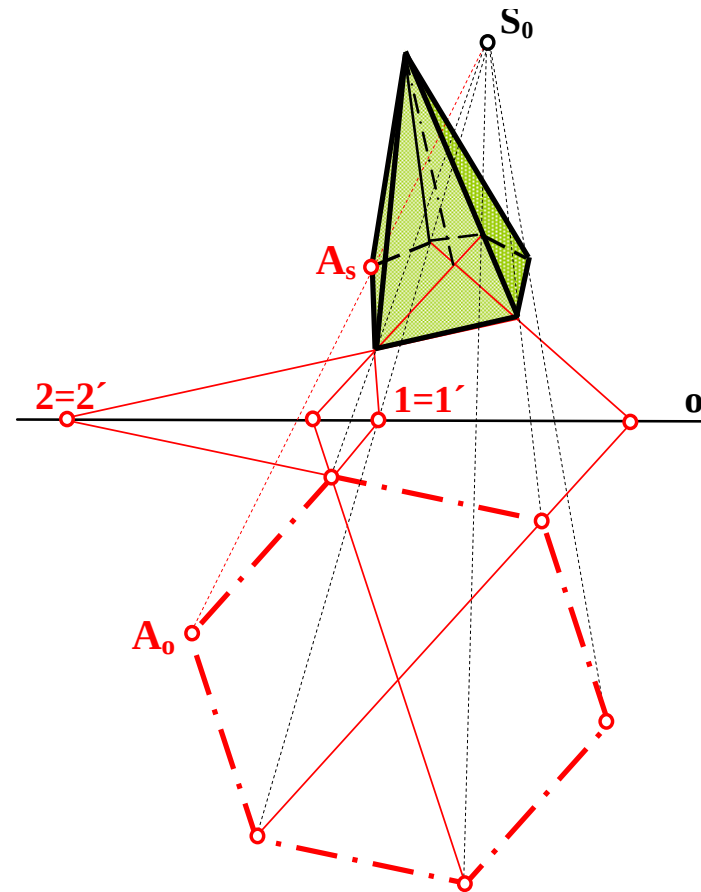
1. **OO'** .. smer afinity
2. **KL** $\perp$ **MN** .. združené priemery
kružnice
3. **K'L', M'N'** .. združené priemery
elipsy
4. **osi** elipsy Rytzovou konštrukciou
5. **elipsa** pomocou hyperoskulačných
kružníc



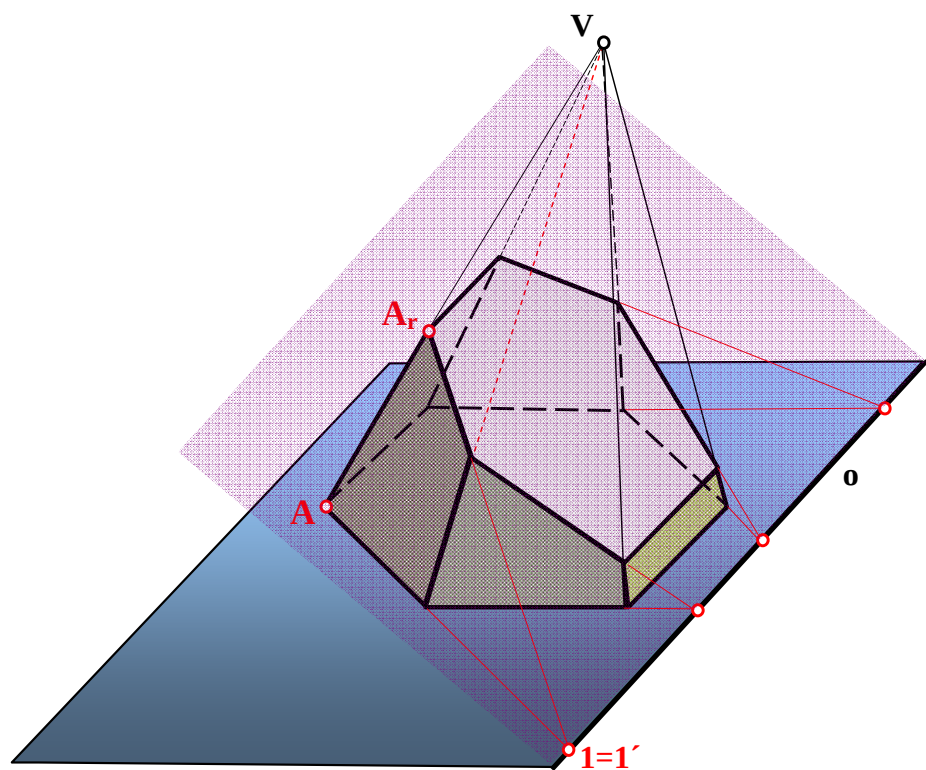
Využitie



Osová afinita
v Mongeovej projekcii

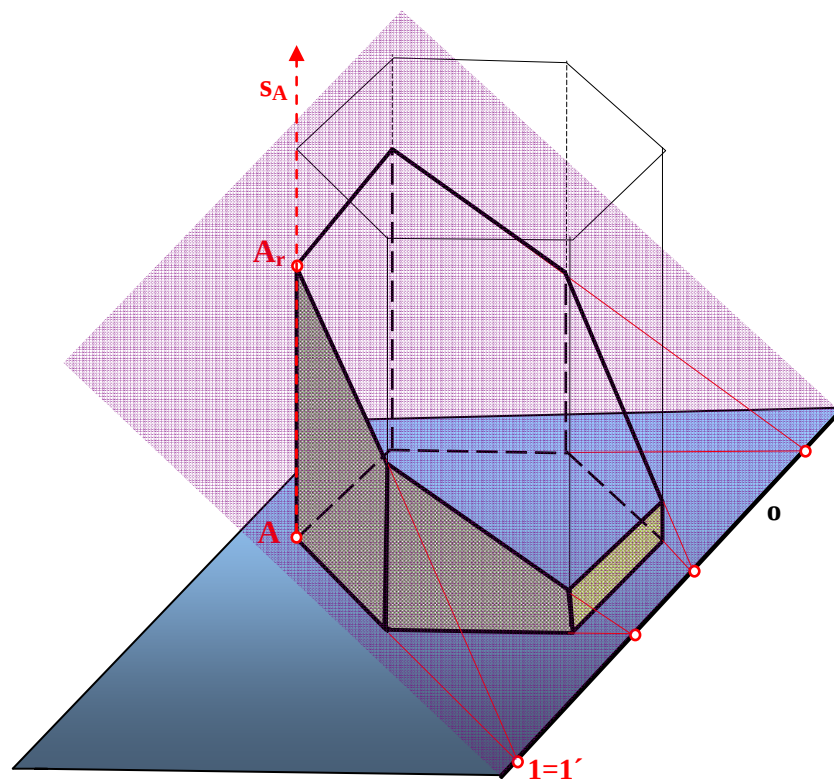


Perspektívna kolineácia
v stredovom premietaní



Perspektívna kolineácia

medzi podstavou a rezom



Osová afinita